

# 778 光电经纬仪外转台固有频率的简化计算

林晓东

**【摘要】** 本文通过实例论述了怎样提高外转台固有频率和怎样应用霍尔哲法(Holzer)来简化计算大型光电经纬仪外转台的固有频率。

## 前言

为了保证仪器工作时的测量精度,减少干扰因素,故设计与仪器机架相分离的外转台跟踪系统。在外转台上集中装置仪器的电气设备,并提供操作手的操作位置。仪器机架与外转台固定于同一地基板上,除此以外二者没有任何力的联系。

外转台系统的动态特性的好坏,直接影响仪器主机的跟踪性能。而外转台系统的动态特性的好坏是其系统本身固有频率所决定的。因此在设计外转台时,必须考虑如何提高其固有频率。本文指出了影响外转台固有频率的关键部位,提出了解决方法,并通过实例给出了外转台固有频率的简化计算方法。

## 一、外转台系统固有频率的提高

系统的固有频率由公式  $\omega = \sqrt{\frac{C}{J}}$  决定。其中  $\omega$  为系统的角频率(弧度/秒);  $C$  为系统

的抗扭刚度(千克力·厘米/弧度);  $J$  为系统的转动惯量(千克力·厘米·秒<sup>2</sup>)。从公式中可以看出:提高系统的固有频率的途径有两条,其一是提高系统的抗扭刚性;其二是减小系统的转动惯量。

通过对外转台结构的分析计算可知(见图1);影响外转台系统固有频率的主要部位有两处,即固定电气插箱的电气插箱主架和中心体。在设计电气插箱主架时采用了铝合金型材焊接或铆接成的框架结构,同时在活动的电气插箱与电气插箱主架之间设计有

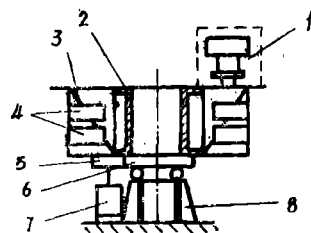


图1 外转台结构示意图

- |           |         |
|-----------|---------|
| 1. 操作台及座椅 | 2. 中心体  |
| 3. 电气插箱主架 | 4. 电气插箱 |
| 5. 小齿轮    | 6. 大齿轮  |
| 7. 驱动电机   | 8. 支承座  |

消间隙结构；设计中心体时采用了筒体加筋焊接而成的整体结构。这样作既减小了转动惯量，又大大地提高了整个外转台系统的抗扭刚度，从而使外转台满足了使用要求。

## 二、外转台固有频率的简化计算方法

外转台系统可以视为单自由度扭转振动系统，具体简化如下：

电气插箱及导轨简化为只有转动惯量，而无弹性的圆盘；

电气插箱主架简化为只有抗扭刚度的轴；

电气插箱主架的质量、操着手、操作台和联结板等简化为中心体上的转动惯量；

中心体简化为一段空心轴；

外转台驱动系统的转动惯量和抗扭刚度应折算到外转台。于是整个外转台系统可以简化为：变刚性轴及在各段轴上分别有集中质量的系统，如图2图3所示

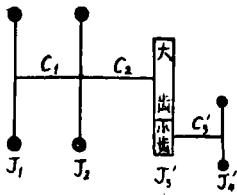


图 2

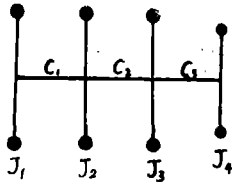


图 3

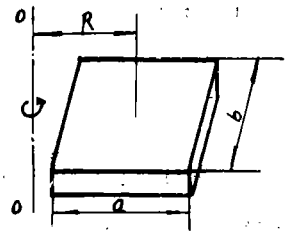


图 4

$J_1$  为电气插箱和导轨对外转台回转中心的转动惯量；

$C_1$  为电气插箱主架的抗扭刚度；

$J_2$  为电气插箱主架、上下联结板、操作手、操作台（包括座椅）和中心体对外转台回转中心的转动惯量；

$C_2$  为中心体抗扭刚度；

$J_3$  为大齿圈、小齿圈对外转台回转中心的转动惯量；

$C_3$  为外转台驱动电机轴刚性  $C'$  折算到外转台后的抗扭刚度；

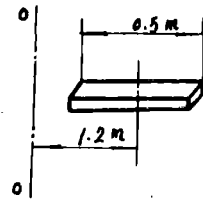


图 5

$J_4$  外转台驱动电机对外转台回转中心的转动惯量。

### 1. 计算各部份的转动惯量

$J_1 = J_{\text{箱}} + J_{\text{导}} = 38.90 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$  (参看图4、图5)

$$J_{1\text{箱}} = \frac{m'_1}{g} \cdot \frac{a^2 + b^2}{12} + \frac{m'_1}{g} \cdot R^2 = \frac{15}{9.8} \left( \frac{0.45^2 + 0.45^2}{12} + 1.16^2 \right) = 2.11 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

同样  $J'_{2\text{箱}} = 2.82 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ ；15kg插箱共10个，20kg插箱4个。

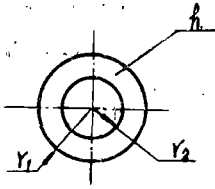
所以  $J_{\text{箱}} = J'_{1\text{箱}} \times 10 + J'_{2\text{箱}} \times 4 = 32.37 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

$$J'_{\text{导}} = M \frac{l^2}{3} + M \cdot R^2 = \frac{1.5}{9.8} \left( \frac{0.5^2}{3} + 1.2^2 \right) = 0.23 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

其中  $M$  为导轨质量已知导轨重 1.5kg。 导轨共28个。

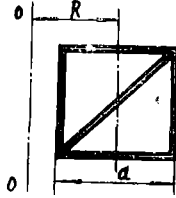
所以  $J_{\text{导}} = J'_{\text{导}} \times 28 = 6.53 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

$J_2 = J_{\text{板}} + J_{\text{架}} + J_{\text{人}} + J_{\text{台}} + J_{\text{中}} = 58.16 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$  (参看图6~图8)



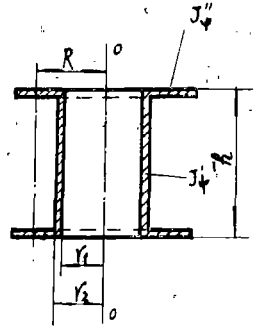
$h = 0.005 \text{ m}$   
 $r_1 = 1.5 \text{ m}$     $r_2 = 0.555 \text{ m}$

图 6



$a = 0.62 \text{ m}$   
 $R = 1.16 \text{ m}$

图 7



$r_1 = 0.555 \text{ m}$     $r_2 = 0.56 \text{ m}$   
 $h = 0.55 \text{ m}$     $R = 0.66 \text{ m}$

图 8

式中  $J_{\text{板}} = J'_{\text{板}} \times 2 = 21.50 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

$$J'_{\text{板}} = \frac{1}{2g} \cdot \pi \cdot h \cdot \rho (r_1^4 - r_2^4) = 10.75 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 \quad \rho \text{ 为比重 } 2.7 \text{ 克/cm}^3。$$

$$J_{\text{架}} = J'_{\text{架}} \times 10 = 4.61 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$$J'_{\text{架}} = \frac{m}{g} \left( \frac{a^2}{12} + R^2 \right) = 0.461 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

J架由铝型材焊成, 重 3.28 kg, 共10个。

J人为操作手转动惯量, 重量按70kg计, 回转半径为1.2米。

$$J_{\text{人}} = \frac{70}{9.8} \times 1.2^2 = 10.29 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

同样操作台、座椅的转动惯量为:  $J_{\text{台}} = \frac{35}{9.8} \times 1.2^2 = 5.15 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

中心体可视为  $J'_{\text{中}}$  和  $2J_{\text{中}}$  组成:

$$J'_{\text{中}} = \frac{1}{2g} \cdot \pi \cdot h \cdot \rho (r_1^4 - r_2^4) = \frac{1}{2g} \cdot \pi \times 0.55 \times \frac{7.8}{1000} (0.56^4 - 0.555^4) = 2.383 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

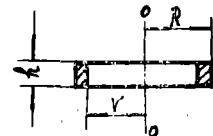
$\rho$  为铁的比重

$$J_{\text{中}} = \frac{m}{g} \cdot R^2 = \frac{160}{9.8} \times 0.66^2 = 7.11 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

所以  $J_{\text{中}} = J'_{\text{中}} + J_{\text{中}} \times 2 = 16.06 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

$$J_3 = J_{\text{大齿}} + J_{\text{小齿}} = 10.58 + 0.28 = 10.86 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$$\text{式中 } J_{\text{大齿}} = \frac{1}{2g} \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{\rho}{1000} (R^4 - r^4) = 10.58 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$



$R = 0.62 \text{ m}$     $r = 0.555 \text{ m}$   
 $h = 0.16 \text{ m}$

图 9

(参看图 9)

$$\rho = 7.8 \text{ 克/cm}^3$$

$$J_{\text{小齿}} = J'_{\text{小齿}} \times i^2 = 0.28 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$i$  为传动比等于 2:1

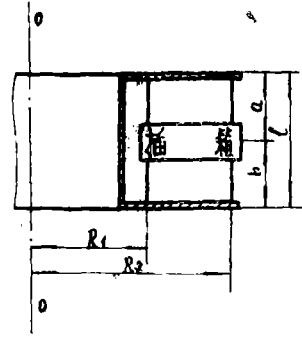
$$J'_{\text{小齿}} = 0.069 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$J_4$  为力矩电机转子折算后的转动惯量

$$J_1 = J_{\text{电机}} \times i^2 = 3 \times 4 = 12 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

外转台总的转动惯量:  $J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4$

$$= 119.02 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$



$$R_1 = 0.75\text{m} \quad R_2 = 1.20\text{m} \quad a = 0.26\text{m}$$

$$b = 0.29\text{m} \quad l = a + b$$

图 10

## 2. 计算简化后各段轴的抗扭刚度

$C_1$  为电气插箱主架的抗扭刚度, 可以通过计算插箱主架梁的变形来求得, 因为插箱主架梁的变形可视为相对于外转台回转中心  $o-o$  轴的扭转变形。于是有:

$$(1) \Delta y_1 = \frac{pab^2}{6EJ_1} \times \frac{x^2}{l^2} \left( 3 - 3\frac{x}{l} - \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{l} \right) \text{—梁变形}$$

$$(2) \Delta y_2 = \frac{PR^2}{C_1} \text{—扭转变形}$$

式中  $x$  为插箱主架底到插箱的轴向尺寸, 如图 10 中的  $b$ ;  $p$  为梁的横向受力。

$$\text{由 (1), (2) 式得: } C_1 = \frac{6EJ_1 l^2 R^2}{ab^4 \left( 3 - 3\frac{b}{l} - \frac{b^2}{al} \right)}$$

又因为插箱一侧梁到  $o-o$  轴的距离分别为  $R_1$  和  $R_2$ , 所以  $C_1 = C'_1 + C'_2$

$$C'_1 = \frac{6EJ_1 l^2 \cdot R_1^2}{ab^4 \left( 3 - 3\frac{b}{l} - \frac{b^2}{al} \right)} = 0.6729 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad} \quad R_1 = 75\text{cm}$$

$$C'_2 = 1.722 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad} \quad R_2 = 120\text{cm}$$

$$C_1 = C'_1 + C'_2 = 2.395 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad}$$

$C_2$  为中心体抗扭刚度, 结构尺寸参看图 8。

$$C_2 = \frac{GJ_0}{h} = 1.582 \times 10^{10}$$

$$\text{式中 } J_0 = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = 1074228.3 \text{ cm}^4$$

$G$  为剪切弹性模量  $G = 8.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

$$C_3 = C'_3 \times i^2 = 3.994^2 \times 10^8 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad}$$

式中  $C'_3$  为电机轴抗扭刚度。

$$C'_3 = \frac{G\pi}{32h} (D^4 - d^4) = 9.9855 \times 10^7$$

$D = 17\text{cm}, d = 12\text{cm}, h = 50\text{cm}.$

### 3. 用霍尔哲法 (Holzer) 计算系统在无阻尼时的固有频率

$$\begin{cases} Q_1 = 1 \longleftrightarrow M_1 = I_1 \cdot \omega^2 \cdot Q_1 \\ Q_2 = Q_1 - \frac{M_1}{C_1} \longrightarrow M_2 = I_2 \cdot \omega^2 \cdot Q_2 + M_1 \\ \dots \longrightarrow \dots \\ Q_n = Q_{n-1} - \frac{M_{n-1}}{C_{n-1}} \longrightarrow M_n = I_n \times \omega^2 \times Q_n + M_{n-1} \end{cases}$$

式中  $I_n$  为各段轴上的转动惯量。  $C_n$  各段轴的抗扭刚性。

当  $\left| \frac{M_n}{M_{n-1}} \right| < 0.05$  时, 所设的角频率  $\omega$  值即为系统的固有频率。但这种值有  $n$  个, 取其中最小一个  $\omega$  值即为系统最低频率。

计算程序如下: 转动惯量化为  $\text{kgf} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$

```

10   I1 = 3890 : I2 = 5816           : I3 = 1086           : I4 = 1200
      C1 = 2.395 × 107   : C2 = 1.582 × 1010   : C3 = 3.9942 × 108
20   FOR ω = 20 To 200 STEP 0.1
30   Q1 = 1
40   M1 = I1 * ω * ω * Q1
50   Q2 = Q1 - M1 / C1
60   M2 = I2 * ω * ω * Q2 + M1
70   Q3 = Q2 - M2 / C2
80   M3 = I3 * ω * ω * Q3 + M2
90   Q4 = Q3 - M3 / C3
100  M4 = I4 * ω * ω * Q4 + M3
110  M = M4 / M3
120  PRINT "M" = , M
130  IF ABS(M) >= 0.05 THEN 150
140  PRINT "ω" = , ω
150  NEXT
160  END

```

计算结果:  $\omega = 95.2$  弧度

外转台实测结果:

转动惯量:  $J = 120 \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$

固有频率:  $\omega = 60$  弧度/秒

### 三、结果分析

转动惯量, 计算和实测是一致的; 角频率  $\omega$ , 计算值高于实测值近 60%, 其主要原因有两点: 第一点此法未考虑其系统的阻尼因素, 系统在有阻尼时其固有频率为  $\omega_r = \sqrt{\omega_n^2 - d^2}$ 。  $\omega_n$  为无阻尼时的固有频率,  $d$  为阻尼系数, 实际中  $d$  是不会为零的, 即阻尼是实际存在的。第二点, 电气插箱与导轨之间是有一定间隙, 而计算时按刚性连结处理的, 所以也给计算带来误差。

虽然计算值与实测值有一定差值, 但这种简化计算的方法是可信的, 可以作为今后设计计算的参考。

#### 参 考 书 目

- [1] 机械工程手册, 第四卷; 电机工程手册编辑委员会编, 机械工业出版社, 1982年11月, 北京第一版。
- [2] 谢联先, 机械制造者手册, 第三卷, 机械工业出版社, 1960年2月, 第一版。

## Simplified Calculation of Intrinsic Frequency of Outer Rotating Platform for the Photo- electric Theodolite 778

Lin Xiaodong

#### Abstract

This paper discussed how to raise intrinsic frequency of outer rotating platform and how to use Holzer method to simplify calculation of intrinsic frequency of outer rotating platform of tracking theodolite through practical examples.